

Ярослав Петрович СТАХІВ

аспірант кафедри фінансів, грошового обігу і кредиту,
Львівський національний університет імені Івана Франка
пр. Свободи, 18, м. Львів, 79008, Україна
E-mail: yarekys@gmail.com
Телефон: +380973065135

Микола Петрович ДИВАК

доктор технічних наук, професор,
декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій,
Тернопільський національний економічний університет
вул. Львівська, 11, м. Тернопіль, 46004, Україна
E-mail: mdy@tneu.edu.ua
Телефон: +380352435832

Оксана Климівна КУШНІР

кандидат економічних наук,
старший викладач кафедри економіки підприємства,
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
вул. Суворова, 52, м. Кам'янець-Подільський, 32300, Україна
E-mail: oks_kushnir@ukr.net
Телефон: +380674234612

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗБИТКІВ ДОВКІЛЛЮ
ВНАСЛІДОК ЗАБРУДНЕННЯ АТМОСФЕРИ ШКІДЛИВИМИ ВИКИДАМИ
АВТОТРАНСПОРТУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІНТЕРВАЛЬНОГО РІЗНИЦЕВОГО
ОПЕРАТОРА**

Стахів, Я. П. Теоретичні основи моделювання економічних збитків довкіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту із застосуванням інтервального різницевого оператора [Текст] / Ярослав Петрович Стахів, Микола Петрович Дивак, Оксана Климівна Кушнір // Економічний аналіз : зб. наук. праць / Тернопільський національний економічний університет; редкол.: В. А. Дерій (голов. ред.) та ін. – Тернопіль : Видавничо-поліграфічний центр Тернопільського національного економічного університету «Економічна думка», 2014. – Том 15. – № 1. – С. 154-164. – ISSN 1993-0259.

Анотація

Досліджено проблему забруднення атмосфери великих і середніх міст шкідливими викидами автотранспорту. Встановлено складність проблеми економічного регулювання процесів забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту через відсутність методики розподілу відповідальності за нанесені збитки. Визначено роль економічної сплати за забруднення навколишнього середовища. Проаналізовано ряд існуючих методів економічної оцінки впливу автотранспорту на довкілля. Виявлено недоліки детермінованого та стохастичного підходу до оцінки економічних збитків внаслідок діяльності автотранспорту. Розглянуто загальний підхід до оцінювання величини економічних збитків, нанесених довкіллю автотранспортними одиницями, для певної території на певний проміжок часу. Досліджено теоретичні основи оцінювання економічних збитків довкіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту із застосуванням інтервального різницевого оператора. Розроблені теоретичні основи спираються на концепцію, яка ґрунтується на принципі еквівалентності платежів за викиди в атмосферу шкідливих речовин та економічних наслідків їх негативного впливу на довкілля. Сформульовано математичну задачу ідентифікації на основі аналізу інтервальних даних для оцінювання параметрів ІРО. Удосконалено концепцію інтервального оцінювання динаміки економічних збитків, нанесених довкіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту, шляхом врахування просторового розподілу концентрацій шкідливих речовин

з одночасним врахуванням часового розподілу збитків. Встановлено можливість отримання більш точніших, по відношенню до застосування існуючих методів, оцінок економічних збитків внаслідок забруднення атмосфери автотранспортними викидами, через врахування динаміки концентрацій шкідливих викидів.

Ключові слова: економічні збитки довкілля; інтервальні оцінки; різницевий оператор; гарантовані межі збитків; просторово розподілені концентрації.

**Ярослав Петрович СТАХИВ
Николай Петрович ДЫВАК
Оксана Климовна КУШНИР**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УБЫТКОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ ВСЛЕДСТВИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ВРЕДНЫМИ ВЫБРОСАМИ АВТОТРАНСПОРТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНТЕРВАЛЬНОГО РАЗНОСТНОГО ОПЕРАТОРА

Аннотация

Исследована проблема загрязнения атмосферы крупных и средних городов вредными выбросами автотранспорта. Установлено сложность проблем экономического регулирования процессов загрязнения атмосферы вредными выбросами автотранспорта из-за отсутствия методики распределения ответственности за нанесенный ущерб. Определена роль экономической платы за загрязнение окружающей среды. Проанализирован ряд существующих методов экономической оценки воздействия автотранспорта на окружающую среду. Выявлены недостатки детерминированного и стохастического подходов к оценке экономического ущерба в результате деятельности автотранспорта. Рассмотрен общий подход к оценке величины экономического ущерба, нанесенного окружающей среде автотранспортными единицами, для определенной территории на определенный промежуток времени. Исследованы теоретические основы оценки экономических убытков окружающей среде в результате загрязнения атмосферы вредными выбросами автотранспорта с применением интервального разностного оператора. Разработанные теоретические основы опираются на концепцию, которая основывается на принципе эквивалентности платежей за выбросы в атмосферу вредных веществ и экономических последствий их негативного влияния на окружающую среду. Сформулирована математическую задачу идентификации на основе анализа интервальных данных для оценки параметров ИРО. Усовершенствовано концепцию интервального оценивания динамики экономических убытков, нанесенных окружающей среде в результате загрязнения атмосферы вредными выбросами автотранспорта, путем учета пространственного распределения концентраций вредных веществ с одновременным учетом временного распределения убытков. Установлена возможность получения более точных, по отношению к применению существующих методов, оценок экономического ущерба в результате загрязнения атмосферы транспортными выбросами, из-за учета динамики концентраций вредных выбросов.

Ключевые слова: экономический ущерб окружающей среде; интервальные оценки; разностный оператор; гарантированные грани убытков; пространственно распределенные концентрации.

Yaroslav Petrovych STAKHIV

Postgraduate,
Department of Finance, Monetary Circulation and Credit,
Ivan Franko National University of Lviv
Svobody pr., 18, Lviv, 79008, Ukraine
E-mail: yarekys@gmail.com
Phone: +380973065135

Mykola Petrovych DYVAK

Doctor of Engineering Sciences, Professor,
Dean of the Faculty of Computer Information Technology,
Ternopil National Economic University
Yunost str., 9, Ternopil, 46018, Ukraine
E-mail: mdy@tneu.edu.ua
Phone: +380352435832

Oksana Klymivna KUSHNIR

PhD in Economics,
Lecturer of Department of Enterprise Economics,
Ivan Ogienko National University of Kamyanets-Podilsky
Suvorov str., 52, Kamyanets-Podilsky, 32312, Ukraine
E-mail: oks_kushnir@ukr.net
Phone: +380674234612

THEORETICAL BASES OF MODELING OF THE ECONOMIC LOSSES TO THE ENVIRONMENT CAUSED BY AIR POLLUTION FROM VEHICLES USING INTERVAL DIFFERENCE OPERATOR

Abstract

The problem of air pollution in large and medium cities caused by harmful emissions from vehicles is considered in this paper. It is defined that problem of economic regulation of air pollution by harmful emissions from vehicles is a complex one because the methods for assigning the responsibility for losses are non-existent. The role of economic payment for environmental pollution is defined. Also the existing methods for economic evaluation of the impact of transport on environment are analyzed. Some limitations of deterministic and stochastic approaches for evaluation of the economic losses caused by vehicles are determined. The general approach to evaluation of the value of economic losses to environment caused by vehicles on a given area in a given time period is considered. The theoretical basis of evaluation of the economic losses to the environment as a result of air pollution caused by vehicles using interval difference operator (IDO) is outlined. Its background is the concept that is founded on the principle of equivalence of the payments for pollutant emissions and economic consequence of their negative environmental impact. The mathematical task of identification of the IDO parameters based on analysis of interval data is formulated. The conception of interval estimation of the dynamics of economic losses caused to the environment due to air pollution from vehicles by taking into account the spatial distribution of pollutant concentration and time distribution of the losses is improved. It has been stated the possibility of obtaining more accurate, in comparison to using the existing methods, estimates of economic losses due to air pollution by vehicles through consideration of the dynamics of pollutant concentrations.

Keywords: *economic losses to the environment; interval estimation; difference operator; guaranteed bounds of losses; spatially distributed pollutant.*

JEL classification: C670, Q530

Вступ

Спад промислового виробництва в Україні призвів до суттєвої зміни структури техногенного навантаження. Зокрема, зменшилася частка забруднення атмосфери промисловими підприємствами і одночасно зросла частка забруднення шкідливими викидами автотранспорту. Особливо актуальною проблема забруднення автотранспортними викидами є для середніх міст, де незначними є промислові шкідливі викиди, а частка забруднення автотранспортними викидами сягає 80%. Для зменшення негативного впливу процесів забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту на

довкілля необхідно запроваджувати економічні механізми. Для промислових підприємств існують розроблені методики компенсації за збитки нанесені довкіллю внаслідок його забруднення шкідливими викидами. Зазначені збитки компенсують за рахунок використання механізму сплати за викиди. Стосовно автотранспорту, задача економічного регулювання процесів забруднення атмосфери шкідливими викидами суттєво ускладнюється в силу ряду причин. По-перше, автотранспорт – як джерело викидів, на відміну від промислових підприємств, слід вважати розподіленим об'єктом. По-друге, в зазначеному випадку практично відсутні методики розподілу відповідальності за нанесені збитки. Разом з тим існує можливість знаходження інтегрованої оцінки внеску у забруднення атмосфери усього автотранспорту для виділених частин міста за рахунок періодичного вимірювання концентрацій шкідливих викидів, властивих автотранспорту і подальшого моделювання поширення цього забруднення в місті. Подібна методика наведена у праці [1]. Проте у зазначеній методиці не враховано просторовий розподіл концентрацій шкідливих викидів, а інтегрована оцінка нанесених збитків ґрунтується на оцінці динаміки шкідливих викидів у певних точках міста, що у сукупності дає достатньо грубі оцінки економічних збитків. Тому актуальною є задача врахування просторового розподілу концентрацій шкідливих викидів автотранспорту за рахунок використання інтервальних різницевоїх операторів і на цій основі уточнення методу оцінювання економічних збитків довкіллю.

Постановка задачі

Питання регулювання економічних збитків в достатній мірі розглянуто в дисертаційних роботах Барткової Л.М. та Кушнір О.К. [2,3]. Не зважаючи на значну кількість регулюючих екологічних нормативів, для автотранспорту, одним із еколого-економічних інструментів природоохоронної діяльності став механізм плати за забруднення навколишнього природного середовища, впроваджений постановою Кабінету Міністрів України від 01 березня 1999 року № 303 «Про затвердження Порядку встановлення нормативів збору за забруднення навколишнього природного середовища і стягнення цього збору» [4]. На основі зазначеної постанови, введено пряму плату за забруднення, яка залежить від кількості та «якості» забруднюючих речовин в атмосферне повітря, за забруднення безпосередньо водних об'єктів та за утилізацію відходів [5]. Для визначення розмірів плати за забруднення пересувними джерелами проводиться оцінка величини еколого-економічного збитку, обсягу грошових коштів, що необхідно «отримати» з кожної тонни викидів чи утилізованих відходів, для створення джерела фінансування екологічної діяльності, яке є незалежним від державного бюджету.

Економічна суть плати за забруднення полягає в тому, що забруднювач і споживач продукції повинні компенсувати економічні збитки від негативного впливу погіршення стану екології на здоров'я людей, об'єкти житлово-комунального господарства (житловий фонд, міський транспорт, зелені насадження тощо), сільськогосподарські угіддя, водні, лісові, рибні та рекреаційні ресурси, основні фонди промисловості тощо. Платежі за забруднення стали основою створення місцевих, республіканського АР Крим і Державного фондів охорони навколишнього природного середовища, незалежного від державного та місцевих бюджетів джерела фінансування природоохоронних заходів та робіт [6].

При визначенні розміру платежу за забруднення навколишнього природного середовища застосовують певні коригуючі коефіцієнти. Збір, який справляють за викиди пересувними джерелами забруднення, відносять на валові витрати виробництва та обігу. Спираючись на дослідження, проведені у працях Кушнір О.К., можна стверджувати, що державне регулювання методів негативного впливу автотранспорту на довкілля побудоване, виходячи з достатньо апробованих положень регулювання негативного впливу стаціонарних джерел забруднення довкілля.

На сьогоднішній день розроблено ряд методів економічної оцінки впливу автотранспорту на довкілля, що описані в працях вченими Балацьким О. Ф., Благоразумовою Н. І, Бридуном Є. В., Голубом А. А., Гутаревичем Ю. Ф., Данилком В. К., Дергачовою В. В., Дунаєвським Л. В., Зотовим В. Б., Ковальчуком П. І., Кузьмінім А. М., Матейчиком В. П., Мельник Л. Г., Новосьоловим А. Л., Павловою Є. І., Петровою Є. В., Редзюком А. М., Сліпченком В. Г., Струковою Є. В., Чепурних Н. В., Шинкаренком В. Г., Яковлевим А. Ф [3]. Проте при встановленні причинно-наслідкових зв'язків, зазначені вчені приймали припущення про детермінований або стохастичний зв'язок між еколого-економічними факторами та розмірами економічних збитків. Переважно розроблені методи не враховують динаміку цих зв'язків. Застосування детермінованого підходу не дає можливості врахувати структурну та параметричну невизначеність економіко-математичних моделей збитків. Недоліками стохастичного підходу є потреба великих вибірок даних для оцінювання параметрів законів розподілу випадкових величин, необхідних для встановлення достовірності результатів оцінювання впливу. До того ж, внаслідок динаміки екологічних чинників, вибірки даних будуть неоднорідними. Разом з тим, кількісними оцінками екологічних чинників є виміряні концентрації шкідливих викидів автотранспорту – забрудники атмосфери, які з урахуванням відносних похибок спектроаналізаторів хімічних речовин, методологічних похибок, зручно представити у вигляді інтервалів, межі яких гарантовано включають реальну

концентрацію шкідливої речовини. Як наслідок, реальний розмір економічних збитків довіллю буде розраховано в інтервальному вигляді з гарантованою точністю, визначеною різницею меж інтервалу. Теоретичною основою такого підходу є інтервальна арифметика та методи аналізу інтервальних даних. Зазначений підхід розвинуто у ряді праць Дивака М.П. та Кушнір О.К.

Незважаючи на певну загрубленість результатів оцінки збитків, переваги вказаного підходу, в порівнянні із стохастичним, є очевидними і полягають в наступному: підхід ґрунтується на невеликих вибірках даних; для знаходження оцінок шуканих параметрів не вимагає апріорної інформації про закони розподілу випадкових величин; забезпечує знаходження гарантованих меж можливих значень оцінюваних параметрів; дає можливість використовувати результати вимірювань концентрацій шкідливих речовин, спираючись на технічні характеристики вимірювальних засобів з гарантованою точністю і, як наслідок, оцінювати збитки довіллю, нанесені розповсюдженням цих шкідливих речовин, з гарантованою точністю.

На відміну від стандартних методик оцінювання негативного впливу автотранспорту на навколишнє середовище, які ґрунтуються на простих моделях у вигляді алгебричних виразів, необхідно враховувати динаміку концентрацій шкідливих викидів автотранспорту. Таку динаміку можна представити у вигляді диференціальних рівнянь, або їх різницевих аналогів. Інтервальний підхід до моделювання динаміки економічних збитків внаслідок діяльності автотранспорту дозволить побудувати гарантовані інтервали економічних збитків за умов врахування найбільш важливих факторів впливу. У працях Дивака М. П., Барткової Л. П. вперше введено нове поняття – «інтервальні економічні збитки», під яким слід розуміти всі можливі значення економічних збитків за умов впливу та врахування найбільш важливих факторів. Оскільки фактори впливу є переважно описовими або отриманими на основі експертних оцінок, то найбільш придатною формою формалізації їх опису є множинна або інтервальна форма.

У працях Дивака М. П. та Кушнір О. К. розроблено концепцію інтервального оцінювання економічних збитків на основі аналізу реальних концентрацій шкідливих речовин та метод інтервального оцінювання динаміки економічних збитків, нанесених довіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту. Запропонована концепція базується на оцінюванні із заданою точністю загальних обсягів викидів автотранспорту за конкретний проміжок часу. Вона ґрунтується на трьох принципах: еквівалентності платежів за викиди в атмосферу шкідливих речовин та економічних наслідків їх негативного впливу на довілля; інтервального моделювання динаміки економічних збитків на основі виміряних з гарантованою точністю концентрацій шкідливих речовин та застосування для відтворення цієї динаміки різницевих рівнянь; встановлення економічних аспектів розподілу відповідальності за збитки довіллю між учасниками процесу забруднення. Реалізація останнього принципу концепції базується на методі Сааті для оцінювання внеску обсягів шкідливих викидів кожної групи автотранспорту.

У даній праці, при розробці методу оцінювання економічних збитків довіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту із застосуванням інтервального різницевого оператора будемо спиратися на зазначену концепцію.

Як бачимо, для оцінювання збитків та розподілу відповідальності за них, спочатку необхідно провести інтервальне моделювання динаміки економічних збитків на основі виміряних з гарантованою точністю концентрацій шкідливих речовин. Розглянемо загальний підхід до оцінювання величини економічних збитків, нанесених довіллю автотранспортними одиницями, для певної території на певний проміжок часу.

Згідно з існуючою методикою (для стаціонарних джерел) [7], величину збитків за видами, відносно до тонни шкідливих викидів, розраховують за формулою:

$$ZB_p(s) = NZV_p \cdot I \cdot K_1(s) \cdot K_2(s), \quad (1)$$

де $ZB_p(s)$ – економічні збитки, відносно до тонни шкідливих викидів (грн/т); p – забруднююча речовина, $p = 1, \dots, M$; S – індекс, що задає населений пункт, $s = 1, \dots, S$; NZV_p – норматив збору, який справляється за річні викиди p -тої забруднюючої речовини (грн/т) (нормативна величина); I – величина індексу споживчих цін (індекс інфляції) за попередній рік; $K_1(s)$ – відома таблично-задана функція для визначення коригуючого коефіцієнту (дискретна функція дискретного аргументу), що визначається, залежно від чисельності жителів населеного пункту; $K_2(s)$ – відома таблично-задана функція для визначення коригуючого коефіцієнту (дискретна функція дискретного аргументу), що визначається, залежно від народногосподарського значення населеного пункту.

Користуючись формулою (1) для розрахунку реальних економічних збитків з врахуванням річних викидів p -тої забруднюючої речовини, загальні економічні збитки розраховуємо за формулою:

$$Z(s) = \sum_{p=1}^M ZB_p(s) \cdot V_p(s), \quad (2)$$

де $Z(s)$ – загальні економічні збитки, нанесені довкіллю в межах певного населеного пункту (грн); $V_p(s)$ – річні обсяги викидів p -тої забруднюючої речовини деякого населеного пункту (т).

Таким чином, враховуючи усі індекси та коригуючі коефіцієнти в формулі (2), а також за наявності обсягів річних збитків, можна розрахувати загальний обсяг економічних збитків довкіллю, який, згідно з зазначеною концепцією, є еквівалентний платежам за викиди.

Слід зазначити, що формула (2) відображає часовий розподіл збитків і, відповідно, не дає можливості персоніфікувати причини цих збитків, що є актуальним для розподіленого джерела викидів, яким є автотранспорт. Разом з тим, на сьогоднішній день, є можливість із використанням лабораторій, які функціонують в міських санітарно-епідеміологічних службах (СЕС), а також засобами моделювання встановити реальні концентрації шкідливих викидів забруднюючих речовин в атмосфері. З цієї метою, розглянемо випадок, коли оцінка збитків проводиться на основі вимірювання реальних концентрацій шкідливих речовин в приземистому шарі атмосфери для заданого міста. Аналіз існуючих технологій отримання миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів показав, що вони ґрунтуються на застосуванні спектрофотометрів типу „Аквілон 1-1”, „СФ-26”, „Тайфун Р-20-2”. При цьому вимірювання миттєвих значень концентрацій за допомогою зазначених приладів передбачає забір повітря в точках вимірювань протягом 10-20 хвилин з подальшим виділенням концентрацій шкідливих викидів в лабораторних умовах. Тому реально процес вимірювання дає можливість на певній території встановити сумарні миттєві концентрації шкідливих викидів автотранспорту, а також постійно діючі фонові концентрації.

Такий підхід уможливорює враховувати при оцінці як викидів, так і їх наслідків економічних збитків ряд надзвичайно важливих факторів, а саме: інтенсивність транспортних потоків; інтенсивне розповсюдження концентрацій шкідливих речовин в атмосфері внаслідок провітрювання; погодні умови; район міста. Іншою перевагою, зазначеного методу є можливість встановлення з певною точністю реальної картини забруднення наявними транспортними засобами, і відповідно об'єктивне з заданою точністю оцінювання обсягів економічних збитків.

У праці [8] запропоновано оцінювання часозалежних збитків за формулою:

$$Z(t_1; t_2) = \sum_{p=1}^M ZB_p \cdot V_p(t_1; t_2), \quad (3)$$

де $Z(t_1; t_2)$ – динаміка оцінювання збитків за період $(t_1; t_2)$; $V_p(t_1; t_2)$ – динаміка зміни обсягів викидів p -тої забруднюючої речовини в період $(t_1; t_2)$.

Враховуючи, що концентрації забруднюючих речовин залежать від території і загалом від об'єму приземистого шару атмосфери, а також той факт, що формула (3) орієнтована на розрахунок річних збитків, у формулі (2) перейдемо до дискретних оцінок розміру збитків, на основі такого виразу:

$$Z_k(s) = \sum_{p=1}^M ZB_p(s) \cdot V_{pk}(s), \quad (4)$$

де $Z_k(s)$ – величина економічних збитків в k -тий період часу, $k=1, \dots, K$; $V_{pk}(s)$ – обсяги викидів шкідливих речовин за k -тий період для певної території.

Для переходу до інтервальних оцінок збитків використовують метод запропонований Кушнір О.К. та Диваком М. П. згідно з яким $V_{pk}(s)$ – обсяг викидів шкідливих речовин за k -тий період розраховують за такою формулою:

$$[V_{pk}^-(s); V_{pk}^+(s)] = [\tilde{V}_p^-(s); \tilde{V}_p^+(s)] \cdot Q(s) \cdot t_k / t_v, \quad (5)$$

де $Q(s)$ – об'єм приземистого шару атмосфери досліджуваної території, $[m^3]$; t_k – тривалість досліджуваного періоду відносно до року; t_v – тривалість забору повітря, необхідного для вимірювання концентрацій шкідливих викидів виражена відносно до року; $V_{pk}^-(s)$ – нижня гарантована межа розрахованих обсягів шкідливих викидів забруднюючої речовини для відповідної території за певний період часу; $V_{pk}^+(s)$ – верхня гарантована межа розрахованих обсягів шкідливих викидів забруднюючої речовини для відповідної території за певний період часу; $\tilde{V}_p^-(s)$ – нижнє значення інтервалу вимірюваної концентрації p -тої забруднюючої речовини, визначене з використанням відомої відносної похибки спектроаналізатора ε ; $\tilde{V}_p^+(s)$ – верхнє значення інтервалу вимірюваної концентрації p -тої забруднюючої речовини, визначене з використанням відомої відносної похибки спектроаналізатора. Звідси

інтервальна оцінка економічних збитків внаслідок забруднень довкілля автотранспортом набуває такого вигляду:

$$[Z_k^-(s); Z_k^+(s)] = \sum_{p=1}^M ZB_p(s) \cdot [V_{pk}^-(s); V_{pk}^+(s)], \quad (6)$$

де $Z_k^-(s)$ – нижня гарантована межа розрахованих збитків внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери для даної території та вимірних концентрацій; $Z_k^+(s)$ – верхня гарантована межа розрахованих збитків внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери для даної території та вимірних концентрацій.

Це означає, що для оцінювання обсягу викидів шкідливих речовин за k -тий період приймають до уваги виміряну з певною похибкою концентрацію тільки в одній точці і в певний момент часу, а результат поширюють на всю територію, для якої встановлюють збитки і на увесь часовий інтервал. Зазначені припущення призводять до суттєвого загрублення оцінки збитків. Очевидно, що для оцінювання загальних збитків необхідно враховувати просторовий розподіл та динаміку концентрацій шкідливих викидів.

Метод оцінювання збитків внаслідок забруднення атмосфери автотранспортом із урахуванням просторового розподілу та динаміки концентрацій шкідливих викидів

Спочатку побудуємо модель просторового розподілу та динаміки концентрацій шкідливих викидів. При цьому опускатимемо індекс, який визначає тип забруднюючої речовини маючи на увазі, що аналогічний підхід можна поширити на усі види забруднюючих речовин.

Переважно для опису просторового розподілу та динаміки концентрацій шкідливих викидів використовують диференціальні рівняння в частинних похідних [9, 10]. Для отримання розв'язку таких рівнянь застосовують чисельні методи, попередньо апроксимували диференціальні рівняння різницевиими схемами, наприклад, за схемою Кранка-Ніколсона [9, 11]. Теоретичною основою для розв'язування зазначеної задачі, є математичні моделі об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних, із необхідністю детального опису середовища, у якому відбуваються процеси дифузії та масоперенесення. З точки зору практики застосування такого підходу є достатньо проблемним. Концентруючи увагу на фізичних властивостях середовища, його неоднорідності, доводиться суттєво ускладнювати математичну модель, незважаючи на те, що на практиці перевірити чи співставити результати моделювання із реальними даними, отриманими за умов, що відповідають умовам моделювання є неможливим. Навіть, якщо математична модель у вигляді диференціального рівняння достатньо точно описує процес поширення шкідливих викидів автотранспорту в атмосфері при поривах вітру, або інших турбулентних явищах в атмосфері, то чи можна перевірити її точність, якщо сучасні спектроаналізатори для вимірювання концентрацій шкідливих викидів в процесі вимірювання встановлюють інтегровану величину концентрації хімічної речовини в одиниці об'єму? До того ж точність таких вимірювань є низькою, відносна похибка вимірювань сягає 50%.

За цих умов результати експерименту доцільно представляти у вигляді інтервалів можливих значень концентрацій шкідливих викидів:

$$[\tilde{V}_{i,j,h,k}^-; \tilde{V}_{i,j,h,k}^+], \quad i=1, \dots, I, \quad j=1, \dots, J, \quad h=1, \dots, H, \quad k=1, \dots, K, \quad (7)$$

де $\tilde{V}_{i,j,h,k}^-$, $\tilde{V}_{i,j,h,k}^+$ – відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень вимірної концентрації шкідливої речовини у точці з дискретно заданими просторовими координатами $i=1, \dots, I$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ та часовою дискретою $k=1, \dots, K$.

Зауважимо, що у вимірювальному експерименті нижню та верхню межі можемо встановити за відносною похибкою вимірювального пристрою: $\tilde{V}_{i,j,h,k}^- = \tilde{V}_{i,j,h,k} - \tilde{V}_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon$ та $\tilde{V}_{i,j,h,k}^+ = \tilde{V}_{i,j,h,k} + \tilde{V}_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon$, де $\tilde{V}_{i,j,h,k}$ – вимірне значення концентрації шкідливої речовини; ε – відносна похибка вимірювань.

За цих умов математичну модель для оцінювання обсягів викидів шкідливих речовин в k -тий період доцільно побудувати на підставі отриманих інтервальних даних у вигляді (7).

Як зазначено вище, для моделювання об'єктів з розподіленими параметрами, традиційно використовують різницеві схеми, побудовані на основі дискретизації диференціальних рівнянь в частинних похідних. Проте в нашому випадку використаємо інший підхід до вибору прийнятного математичного опису. Його суть полягає у визначенні деякої різницевої схеми, шляхом її налаштування у спосіб узгодження з інтервальними даними експерименту. Саму різницеву схему, яка фактично

перетворює значення вхідних змінних у значення вихідних, називають різницевим оператором, а процес налаштування цієї схеми – структурною та параметричною ідентифікацією [10, 11].

У випадку використання лінійного за параметрами різницевого оператора для моделювання обсягів викидів шкідливих речовин автотранспорту, математичний вираз матиме такий вигляд [10]:

$$V_{i,j,h,k} = \bar{f}^T (V_{0,0,0,0}, \dots, V_{0,0,h-1,0}, V_{-1,0,0,0}, \dots, V_{0,j-1,0,0}, \dots, V_{-1,j-1,h-1,k-1}, \bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}) \cdot \bar{g}, \quad i=1, \dots, J, \quad j=1, \dots, J, \quad h=1, \dots, H, \quad k=1, \dots, K, \quad (8)$$

де $\bar{f}^T(\bullet)$ – вектор базисних функцій, у загальному випадку нелінійних, з допомогою яких виконують перетворення значень прогнозованого просторового та часового розподілу концентрації шкідливих викидів, а також вхідних змінних у дискретних точках простору та для певних часових дискрет; $V_{i,j,h,k}$ – прогнозована концентрація шкідливої речовини у точці з дискретно заданими просторовими координатами $i=1, \dots, J$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ та на часовій дискреті $k=1, \dots, K$; $\bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$ – вектори вхідних змінних (управлінь) у точках з дискретно заданими просторовими координатами $i=1, \dots, J$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ та на часовій дискреті $k=0, \dots, K$; \bar{g} – вектор параметрів різницевого оператора.

У результаті виконання процедури структурної ідентифікації встановлюємо різницеву обчислювальну схему, зокрема: вектор базисних функцій $\bar{f}^T(\bullet)$; набори та розмірність векторів вхідних змінних (управлінь) $\bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$; порядок різницевої схеми, який як відомо є еквівалентним порядку диференціального рівняння – аналогу різницевої схеми. Для реалізації різницевої схеми також необхідно встановити значення компонент вектора \bar{g} параметрів і задати початкові умови, тобто значення кожного елемента із набору $V_{0,0,0,0}, \dots, V_{0,0,h-1,0}, V_{-1,0,0,0}, \dots, V_{0,j-1,0,0}, \dots, V_{-1,j-1,h-1,k-1}, \bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$ для певних дискрет, як правило – початкових. У подальшому, будемо приймати структуру різницевого оператора відомою. За цих умов залишається актуальною задача налаштування параметрів різницевого оператора (8) у такий спосіб, щоб забезпечити максимальне узгодження прогнозованого просторового та часового розподілу концентрацій шкідливих викидів з експериментально отриманими значеннями цієї характеристики. Така задача називається задачею параметричної ідентифікації [10].

Спираючись на вимоги забезпечення точності математичної моделі в межах точності вимірювального експерименту – для математичної моделі просторового та часового розподілу концентрації шкідливих викидів автотранспорту, умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (7), із даними отриманими на основі математичної моделі у вигляді різницевого оператора (8), можемо сформулювати у такому вигляді:

$$V_{i,j,h,k} \in [\tilde{V}_{i,j,h,k}^-; \tilde{V}_{i,j,h,k}^+], \quad \forall i=1, \dots, J, \quad \forall j=1, \dots, J, \quad \forall h=1, \dots, H, \quad \forall k=1, \dots, K. \quad (9)$$

Умови (9) забезпечують отримання модельованих значень концентрацій шкідливої речовини в межах інтервалів можливих значень вимірних концентрацій.

Спираючись на результати проведеного аналізу можемо констатувати, що для забезпечення умов (9) заданої точності моделі у вигляді лінійних різницевих операторів (8) при розв'язуванні задачі її параметричної ідентифікації обґрунтованим є застосування методів аналізу інтервальних даних [12]. Підставляючи вектор оцінок параметрів \hat{g} різницевого оператора замість вектора їх істинних значень \bar{g} у вираз (8) разом із заданими початковими інтервальними значеннями кожного елемента із набору $[\hat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{V}_{0,0,h-1,0}], [\hat{V}_{-1,0,0,0}], \dots, [\hat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\hat{V}_{-1,j-1,h-1,k-1}]$ та заданими векторами вхідних змінних $\bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$ отримуємо інтервальні оцінки прогнозованої концентрації шкідливої речовини $[\hat{V}_{i,j,h,k}]$ у точках з дискретно-заданими просторовими координатами $i=1, \dots, J$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ та на часових дискретах $k=1, \dots, K$:

$$[\hat{V}_{i,j,h,k}] = [\hat{V}_{i,j,h,k}^-; \hat{V}_{i,j,h,k}^+] = \bar{f}^T ([\hat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{V}_{0,0,h-1,0}], [\hat{V}_{-1,0,0,0}], \dots, [\hat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\hat{V}_{-1,j-1,h-1,k-1}], \bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{g}, \quad i=1, \dots, J, \quad j=1, \dots, J, \quad h=1, \dots, H, \quad k=1, \dots, K, \quad (10)$$

Отже, математичну модель просторового розподілу та динаміки концентрацій шкідливих викидів автотранспорту описуватимемо різницевим оператором у загальному вигляді (10). Враховуючи, що усі обчислення у виразі (10) проводять із використанням інтервальної арифметики, різницевий оператор (10) назвемо інтервальним різницевим оператором (ІРО).

Для оцінювання параметрів ІРО сформулюємо математично задачу ідентифікації на основі аналізу інтервальних даних.

Умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (9), із даними отриманими на основі макромоделі у вигляді IPO (10) сформулюємо у такому вигляді:

$$[\widehat{V}_{i,j,h,k}^-; \widehat{V}_{i,j,h,k}^+] \subset [\widetilde{V}_{i,j,h,k}^-; \widetilde{V}_{i,j,h,k}^+], \quad \forall i=1, \dots, I, \quad \forall j=1, \dots, J, \quad \forall h=1, \dots, H, \quad \forall k=1, \dots, K. \quad (11)$$

Умови (11) забезпечують отримання інтервальних оцінок прогнозованих значень концентрації шкідливих викидів в межах інтервалів можливих значень цих концентрацій, отриманих експериментально.

Підставимо у вирази (11) замість інтервальних оцінок $[\widehat{V}_{i,j,h,k}^-; \widehat{V}_{i,j,h,k}^+]$ модельованої характеристики її інтервальні значення, обчислені на основі IPO (10) разом із урахуванням заданих початкових інтервальних значень кожного елементу із набору:

$$\begin{aligned} [\widehat{V}_{0,0,0,0}] &\subseteq [\widetilde{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,0,h-1,0}] \subseteq [\widetilde{V}_{0,0,h-1,0}], \\ [\widehat{V}_{i-1,0,0,0}] &\subseteq [\widetilde{V}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,j-1,0,0}] \subseteq [\widetilde{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{i-1,j-1,h-1,k-1}] \subseteq [\widetilde{V}_{i-1,j-1,h-1,k-1}] \end{aligned} \quad (12)$$

та заданими векторами вхідних змінних $\bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$, отримаємо:

$$\left\{ \begin{aligned} &[\widehat{V}_{0,0,0,0}^-; \widehat{V}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [\widetilde{V}_{0,0,0,0}^-; \widetilde{V}_{0,0,0,0}^+], \dots, [\widehat{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^-; \widehat{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^+] \subseteq [\widetilde{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^-; \widetilde{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^+] \\ &[\widehat{V}_{i-1,j-1,h-1,k-1}] = \bar{f}^T([\widehat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{V}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}], \bar{u}_0, \dots, \bar{u}_{k-1}) \cdot \widehat{g} \\ &\widetilde{V}_{i,j,h,k}^- \leq \bar{f}^T([\widehat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{V}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}) \cdot \widehat{g} \leq \widetilde{V}_{i,j,h,k}^+, \\ & \quad \quad \quad i=2, \dots, I, \quad j=2, \dots, J, \quad h=2, \dots, H, \quad k=2, \dots, K \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Як відомо, отримана система є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [10, 11, 13]. Отже, задача ідентифікації параметрів IPO (10) за умов (11) є задачею розв'язування ІСНАР у вигляді (13).

Слід зауважити, що ІСНАР (13) формуємо рекурентно. Загальна кількість інтервальних рівнянь є добутком $I \times J \times H \times K$. Кожне наступне інтервальне рівняння в системі слід розглядати як нелінійне перетворення базисними функціями попереднього, тобто:

$$\begin{aligned} \widetilde{V}_{i,j,h,k}^- &\leq \bar{f}^T \left([\widehat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{V}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{i-2,j-2,h-2,k-2}], \dots, \right. \\ & \quad \left. \bar{f}^T([\widehat{V}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{V}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{V}_{0,j-1,0,0}], \dots, \right. \\ & \quad \left. [\widehat{V}_{i-1,j-1,h-1,k-2}], \bar{u}_0, \dots, \bar{u}_{k-1}) \cdot \widehat{g}, \quad \bar{u}_0, \dots, \bar{u}_k \right) \cdot \widehat{g} \leq \widetilde{V}_{i,j,h,k}^+. \end{aligned} \quad (14)$$

Як бачимо з (14), отримане інтервальне рівняння [13] (двохстороння нерівність) є нелінійним відносно вектора \widehat{g} невідомих оцінок параметрів інтервального різницевого оператора.

Методи розв'язування отриманої системи наведено у працях [11, 13]. Переважно, вони ґрунтуються на випадковому пошуку хоча б одного розв'язку системи. В результаті розв'язування інтервальної системи отримуємо вектор \widehat{g} оцінок параметрів інтервального різницевого оператора.

Отже, для отримання просторового та часового розподілу концентрацій шкідливих викидів необхідно скористатися IPO (10), попередньо задавши інтервальні оцінки цих концентрацій у певних точках у вигляді (12) та вектори вхідних змінних $\bar{u}_{i,j,h,0}, \dots, \bar{u}_{i,j,h,k}$ для цих точок.

Спираючись на отриманий просторовий розподіл концентрацій шкідливих викидів, взамін використання формули (5) для обчислення інтервальної оцінки обсягів викидів шкідливих речовин за k -тий період для заданої території, використаємо таку формулу:

$$[V_{pK}^-(s); V_{pK}^+(s)] = \sum_{k=k_0}^K \sum_{i=i_0}^I \sum_{j=j_0}^J \sum_{h=y_0}^H [\widehat{V}_{i,j,h,k}^-; \widehat{V}_{i,j,h,k}^+] \cdot \Delta Q_{i,j,h} \cdot \frac{t_k}{t_v}, \quad (15)$$

де дискретні значення координат i_0, \dots, I , j_0, \dots, J , h_0, \dots, H - задають відповідну територію s та об'єм шару (приземистого) $Q(s)$; $\Delta Q_{i,j,h}$ - об'єм шару атмосфери визначений i, j, h - дискретними координатами із характерним незмінним прогнозованим значенням концентрації шкідливої речовини в атмосфері; k_0, \dots, K - часові дискрети, які задають тривалість k -того періоду.

Звідси, інтервальна оцінка економічних збитків внаслідок забруднень довкілля автотранспортом набуває такого вигляду:

$$[Z_K^-(s); Z_K^+(s)] = \sum_{p=1}^M ZB_p(s) \cdot \sum_{k=k_0}^K \sum_{i=i_0}^I \sum_{j=j_0}^J \sum_{h=y_0}^H [\widehat{V}_{p,i,j,h,k}^- \widehat{V}_{p,i,j,h,k}^+] \cdot \Delta Q_{i,j,h} \cdot t_k / t_v, \quad (16)$$

де $[\widehat{V}_{p,i,j,h,k}^- \widehat{V}_{p,i,j,h,k}^+]$ – інтервальні оцінки прогнозованої концентрації p -тої шкідливої речовини викидів автотранспорту в точках з дискретно-заданими просторовими координатами $i=1, \dots, I$, $j=1, \dots, J$, $h=1, \dots, H$ та на часових дискретах $k=1, \dots, K$, яку обчислюємо із застосуванням ІРО у вигляді (10).

Використання формули (16) для моделювання та оцінювання економічних збитків внаслідок забруднень довкілля шкідливими викидами автотранспорту забезпечить більш точніші оцінки збитків, оскільки враховує просторовий розподіл та динаміку концентрацій шкідливих викидів.

Висновки

Запропоновано та обґрунтовано теоретичні основи оцінювання економічних збитків довкіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту із застосуванням інтервального різницевого оператора. Розроблені теоретичні основи спираються на концепцію, яка ґрунтується на принципі еквівалентності платежів за викиди в атмосферу шкідливих речовин та економічних наслідків їх негативного впливу на довкілля. Проведено удосконалення зазначеної концепції за рахунок використання методів інтервального оцінювання економічних збитків на основі аналізу реальних концентрацій шкідливих речовин та урахування їх просторового розподілу з одночасним урахуванням часового розподілу збитків нанесених довкіллю внаслідок забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту.

Науковою новизною отриманих результатів та їх теоретичною цінністю є можливість отримання більш точніших, по відношенню до застосування існуючих методів, оцінок економічних збитків внаслідок забруднення атмосфери автотранспортними викидами, оскільки враховано просторовий розподіл та динаміку концентрацій шкідливих викидів.

Список літератури

1. Кушнір О. К. Інтервальне оцінювання збитків навколишньому середовищу внаслідок діяльності автотранспорту / О. К. Кушнір, М. П. Дивак, Л. І. Гончар // *Моделювання та інформаційні системи в економіці*. – 2011. – № 83. – С. 92–106.
2. Барткова Л. М. Інтервальне моделювання економічних збитків, наслідків негативного впливу господарської діяльності підприємств на здоров'я населення : автореф. дис. канд. екон. наук : 08.03.02 / Л. М. Барткова. – Хмельницький : Б.в., 2005. – 19 с.
3. Кушнір О. К. Інтервальне моделювання динаміки економічних збитків, наслідків негативного впливу автотранспорту на навколишнє середовище : автореф. дис. канд. екон. наук : 08.00.11 / О. К. Кушнір. – Київ : Б.в., 2012. – 20 с.
4. Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку встановлення нормативів збору за забруднення навколишнього природного середовища і стягнення цього збору» від 01.03.1999 р. № 303 [Електронний ресурс] : Законодавство України. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=303-99-%EF>.
5. Методика визначення розмірів плати і стягнення платежів за забруднення навколишнього природного середовища України // *Рідна природа*. – 1993. – № 3. – С. 26–33.
6. Лузін Ю. Плата за повітря / Ю. Лузін, Г. Любова // *Економіка України*. – 1995. – № 10. – С. 77–82.
7. Інструкція про порядок обчислення та сплати збору за забруднення навколишнього природного середовища: від 19.07.1999 № 162/379 / Міністерство охорони навколишнього середовища та ядерної безпеки України. – Офіц. вид. – К. : „ГК”, 1999. – 54 с.
8. Кушнір О. К. Оцінювання інтегрованих економічних збитків довкіллю внаслідок негативного впливу шкідливих викидів автотранспорту / О. К. Кушнір // *Моделювання та інформаційні системи в економіці*. – 2011. – № 85. – С. 239-256.
9. Кордингтон Э. А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э. А. Кордингтон, Н. Левинсон // *Пер. с англ., изд. 2*. – 2007. – 472 с.
10. Дивак Т. М. Метод параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора із розділенням вибірки даних / Т. М. Дивак // *Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць // Відпов. редактор В.С. Степашко*. – Київ : МННЦ ІТС НАН та МОН України, 2011. – Вип. 3. – С. 49–60.
11. Дивак М.П. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / М. П. Дивак, І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, А. В. Пукас // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – 2011. – № 34 (110). – С. 86–94.

-
12. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. — М. : Мир, 1987. — 360 с.
 13. Дивак М.П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М. П. Дивак, Т. М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць // Відпов. редактор В. С. Степашко. — Київ : МНЦ ІТС НАН та МОН України, 2009. — Вип. 1. — С. 35-43.

References

1. Kushnir, O. K., Dyvak, M. P., & Honchar, L. I. (2011). Interval'ne otsiniuvannia zbytkiv navkolyshn'omu seredovyschu vnaslidok diial'nosti avtotransportu [Interval estimation of environmental losses by the transport activities]. *Modeling and Information Systems in Economics*, 83, 92–106 [in Ukrainian].
2. Bartkova, L. M. (2005). Interval'ne modeliuвання ekonomichnykh zbytkiv, naslidkiv nehatyvnoho vplyvu hospodars'koi diial'nosti pidpriemstv na zdorov'ia naseleння [Interval modeling of economic expenses caused by enterprises economic activity influence on population's health]. Extended abstract of candidate's thesis. Khmel'nyts'kyj [in Ukrainian].
3. Kushnir, O. K. (2012). Interval'ne modeliuвання dynamiky ekonomichnykh zbytkiv, naslidkiv nehatyvnoho vplyvu avtotransportu na navkolyshnie seredovysche [Interval modeling the dynamics of economic losses as consequences of the negative impact of transport on the environment]. Extended abstract of candidate's thesis. Kyiv [in Ukrainian].
4. Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy «Pro zatverdzhennia poriadku vstanovlennia normatyviv zboru za zabrudnennia navkolyshn'oho pryrodnoho seredovyscha i stiahnennia ts'oho zboru» vid 01.03.1999 № 303 [Decree of the Cabinet of Ministers of Ukraine «On approval of the establishment of standards of pollution of the environment and the recovery of the collection» from March 1 1999, № 303]. Retrieved from <http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=303-99-%EF> [in Ukrainian].
5. Metodyka vyznachennia rozmiriv platy i stiahnennia platezhiv za zabrudnennia navkolyshn'oho pryrodnoho seredovyscha Ukrainy [Methods of determination of fees and penalty payments for environmental pollution Ukraine]. (1993). *Mother Nature*, 3, 26–33 [in Ukrainian].
6. Luzin, Yu., & Liubova, H. (1995). Plata za povitria [Charge air]. *Economy of Ukraine*, 10, 77–82 [in Ukrainian].
7. Instruktsiia pro poriadok obchyslennia ta splaty zboru za zabrudnennia navkolyshn'oho pryrodnoho seredovyscha: vid 19.07.1999 № 162/379 [Instructions on the calculation and payment of the pollution of the environment from July 19 1999 №162/379]. Kyiv: „HK” [in Ukrainian].
8. Kushnir, O. K. (2011). Otsiniuvannia intehrovanykh ekonomichnykh zbytkiv dovkilliu vnaslidok nehatyvnoho vplyvu shkidlyvykh vykydiv avtotransportu [Evaluation of integrated economic losses to the environment by the negative impact of harmful emissions from motor vehicles]. *Modeling and Information Systems in Economics*, 85, 239–256 [in Ukrainian].
9. Kodynhton, E. A., & Levynson, N. (2007). Teoryia obyknovennykh dyfferentsyal'nykh uravnenyj [Theory of ordinary differential equations] [in Russian].
10. Dyvak, T. M. (2011). Metod parametrychnoi identyfikatsii makromodeli u vyhliadi interval'noho riznytsevoho operatora iz rozdilenniam vybirky danykh [Macromodel parametric method of identification in the form of interval difference functional separation of sample data]. *Inductive modeling of complex systems*, 3, 49–60 [in Ukrainian].
11. Dyvak, M. P, Vojiuk, I. F., Dyvak, T. M., & Pukas, A. V. (2011). Zastosuvannia interval'noho riznytsevoho operatora dlia aproksymatsii poliv kontsentratsij shkidlyvykh vykydiv avtotransportu [Application of interval difference operator to approximate concentration field's emission vehicles]. *Measuring and computing in industrial processes*, 34 (110), 86–94 [in Ukrainian].
12. Alefel'd, H., & Khertsberher, H. (1987). Vvedenye v interval'nye vychysleniya [Introduction to interval computations]. Moscow: Peace [in Russian].
13. Dyvak, M. P., & Dyvak, T. M. (2009). Osoblyvosti pobudovy interval'noi systemy alhebrychnykh rivnian' ta metodu ii rozv'iazku v zadachakh identyfikatsii linijnoho interval'noho riznytsevoho operatora [Features constructing interval of algebraic equations and the method of its solution in problems of identification of interval linear difference operator]. *Inductive modeling of complex systems*, 1, 35-43 [in Ukrainian].

Стаття надійшла до редакції 03.04.2014 р.